ΑΛΓΕΒΡΑ

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Ι. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(\lambda^2+\lambda+5)x^4+(\lambda-2)x^3+(\lambda+1)x^2+\lambda x+9$. Το P(χ) είναι :
α. Το πολύ τετάρτου βαθμού
β. ακριβώς τετάρτου βαθμού
γ. τουλάχιστον τετάρτου βαθμού δ αν $\lambda\neq 2$ τρίτου βαθμού.

ΙΙ. Δίνονται τα πολυώνυμα $Q(x)=(\mu^2+\mu)x^3+4\mu^2x+1$, $P(x)=-x^3+x^2+2\mu$.Το πολυώνυμο $Q(x)-P(x)$:
α. γίνεται μηδενικό για $\mu=\frac{1}{2}$.
β. γίνεται μηδενικό για $\mu=1$.
γ. δεν γίνεται μηδενικό για καμιά τιμή του μ.

ΙΙΙ. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο ισχύει : $P(4x-1)=2P(x)+1$ και $P(1)=1$ τότε το $P(11)$ ισούται με :
α. 11 β. 3 γ. 7 δ. 4 ε. τίποτε από τα προηγούμενα .

ΙV. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x+2$ τότε το πολυώνυμο $P(3x+1)$ έχει παράγοντα:

α. $x-1$ β. $x+1$ γ. $x+2$ δ. $x-2$ ε. $x+3$

Β. Ι. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ f	ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ	ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ f
$f(x)=\eta\mu x$	$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$	
	$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$	
	$\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$	
	$\left[\frac{3\pi}{2},2\pi\right]$	

ΙΙ. Να διατάξετε από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο τους αριθμούς
$\eta\mu\frac{\pi}{8}$, $\eta\mu 1^\circ$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{2}$, $\eta\mu\pi$, $\eta\mu\frac{3\pi}{2}$, $\eta\mu\frac{6\pi}{5}$.

ΙΙΙ. Η εξίσωση $\eta\mu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1-4\kappa}{2\sqrt{2}}$ με $\kappa\in Z$ έχει ρίζες αν:
Α. $\kappa=1$ ή $\kappa=2$ Β. $\kappa=0$ Γ. $-1\leq\kappa\leq 1$ Δ. $\kappa=-1$ $\kappa=1$

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να επιλύσετε το σύστημα : $\begin{cases} 3^{\frac{x-y}{2}} - 3^{\frac{x-y}{4}} = 6 \\ 2^{\frac{x+y}{3}} - 2^{\frac{x+y}{6}} = 2 \end{cases}$

Β. Να λυθεί η εξίσωση : $6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} = 0$.

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να λυθεί η εξίσωση $2^{\log x} + 2^{5-\log x} = 12$

Β. Να επιλύσετε το σύστημα: $\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ 9^{x-2y} \cdot 3^{y} = 81 \end{cases}$

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (\etaμα - 1)x + 1$ και $g(x) = x^2 + x + 1$

α. Να βρεθεί το πολυώνυμο $P(x) = f(x) \cdot g(x)$.

β. Αν $α \in [0, π]$ να υπολογίσετε το α ώστε το πολυώνυμο $P(x)$ να είναι 2ου βαθμού.

γ Αν $α = \frac{π}{2}$ να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $h(x) = \ln\left(g(x) - \frac{3}{4} f(x)\right)$ και να δείξετε ότι $h(x) = \ln\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$. Ισχύει ότι $h(x) = 2\ln\left(x + \frac{1}{2}\right)$

δ. Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της h με την ευθεία $(ε): y = -\ln 4$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

I. β
II. γ
III. γ
IV. β

Β. Ι.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ f	ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ	ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ f
$f(x)=\eta\mu x$	$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$	↗
	$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$	↘
	$\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$	↘
	$\left[\frac{3\pi}{2},2\pi\right]$	↗

II. $\eta\mu\frac{\pi}{2}>\frac{\sqrt{2}}{2}>\eta\mu\frac{\pi}{8}>\eta\mu 1^{o}>\eta\mu\pi>\eta\mu\frac{6\pi}{5}>\eta\mu\frac{3\pi}{2}$

III. Β

ΘΕΜΑ 2ο

Α. $\begin{cases}3^{\frac{x-y}{2}}-3^{\frac{x-y}{4}}=6\\ 2^{\frac{x+y}{3}}-2^{\frac{x+y}{6}}=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3^{2\frac{x-y}{4}}-3^{\frac{x-y}{4}}=6\\ 2^{2\frac{x+y}{6}}-2^{\frac{x+y}{6}}=2\end{cases}\Rightarrow$

Θέτουμε $\omega=3^{\frac{x-y}{4}}$ και $z=2^{\frac{x+y}{6}}$.

Έτσι έχουμε $\begin{cases}\omega^2-\omega-6=0\\ z^2-z-2=0\end{cases}$

Για την πρώτη εξίσωση έχουμε $\omega=3$ ή $\omega=-2$ που απορρίπτεται. Για την δεύτερη εξίσωση έχουμε z = 2 ή z = -1 που επίσης απορρίπτεται.

Άρα $\begin{cases}3^{\frac{x-y}{4}}=3^1\\ 2^{\frac{x+y}{6}}=2^1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{x-y}{4}=1\\ \frac{x+y}{6}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-\cancel{y}=4\\ x+\cancel{y}=6\end{cases}\overset{+}{\Rightarrow}2x=10$

Άρα $\begin{cases}x=5\\ 5-y=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\ y=1\end{cases}\Rightarrow(x,y)=(5,1)$.

Β. $x \neq 0$,

$$6\cdot 9^{\frac{1}{x}}+6\cdot 4^{\frac{1}{x}}-13\cdot 6^{\frac{1}{x}}=0 \Leftrightarrow 6\cdot 3^{\frac{2}{x}}+6\cdot 2^{\frac{2}{x}}-13\cdot 2^{\frac{1}{x}}\cdot 3^{\frac{1}{x}}=0$$

$$\overset{3^{\frac{2}{x}}}{\Leftrightarrow} 6+6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{x}}-13\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}+6=0 \quad \overset{\omega=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}\ (1)}{\Leftrightarrow} \quad 6\omega^2-13\omega+6=0$$

$\Delta = 169-144=25$ και $\omega_{1,2}=\dfrac{13\pm 5}{12}=\dfrac{3}{2}$ ή $\dfrac{2}{3}$

Αν $\omega=\dfrac{3}{2}$ η (1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow \dfrac{1}{x}=-1\Leftrightarrow x=-1$

Αν $\omega=\dfrac{2}{3}$ η (1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow \dfrac{1}{x}=1\Leftrightarrow x=1$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Είναι: $2^{\log x}+2^{5-\log x}=12 \quad (1)$

Πρέπει $x>0$

$$2^{\log x}+2^{5-\log x}=12 \Leftrightarrow 2^{\log x}+2^5 2^{-\log x}=12 \Leftrightarrow 2^{\log x}+\frac{32}{2^{\log x}}-12=0 \quad (2)$$

Θέτουμε $2^{\log x}=t>0 \quad (3)$ και η (2)γίνεται: $t+\dfrac{32}{t}-12=0\Leftrightarrow t^2-12t+32=0\Leftrightarrow \begin{cases} t_1=4\\ t_2=8\end{cases}$

Άρα η (3) δίνει: $\begin{cases}2^{\log x}=4\\ 2^{\log x}=8\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}2^{\log x}=2^2\\ 2^{\log x}=2^3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\log x=2\\ \log x=3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=100\\ x=1000\end{cases}$

Β. $\begin{cases}\log x+\log y=1\\ 9^{x-2y}\cdot 3^y=81\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\log(x\cdot y)=\log 10\\ \left(3^2\right)^{x-2y}\cdot 3^y=3^4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\log(x\cdot y)=\log 10\\ 3^{2x-4y}\cdot 3^y=3^4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x\cdot y=10\\ 3^{2x-4y+y}=3^4\end{cases}\Rightarrow$

$$\begin{cases}x\cdot y=10\\ 2x-4y+y=4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x\cdot y=10\\ 2x-3y=4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{3y+4}{2}\cdot y=10\\ x=\dfrac{3y+4}{2}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}3y^2+4y-20=0\\ x=\dfrac{3y+4}{2}\end{cases}$$

Για την πρώτη εξίσωση έχουμε ότι $y_1=4$ ή $y_2=-\dfrac{8}{3}$.

Για $y_1=4$ έχουμε $x_1=\dfrac{3\cdot 4+4}{2}=8$. Δηλαδή $(x_1,y_1)=(8,4)$.

Για $y_2 = -\frac{8}{3}$ έχουμε $x_2 = \frac{3\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)+4}{2} = -2$. Δηλαδή $(x_2, y_2) = \left(-2, -\frac{8}{3}\right)$.

ΘΕΜΑ 4ο

α. $P(x) = f(x)\cdot g(x) = [(\etaμα-1)x+1](x^2+x+1) =$

$(\etaμα-1)x^3 + (\etaμα-1)x^2 + (\etaμα-1)x + x^2 + x + 1 = (\etaμα-1)x^3 + (\etaμα)x^2 + (\etaμα)x + 1$

β. Το $P(x)$ είναι 2ου βαθμού αν $\etaμα - 1 = 0$ δηλαδή $\etaμα = 1$ άρα $α = \frac{\pi}{2}$ αφού $α \in [0, \pi]$

γ. Αν $α = \frac{\pi}{2}$ τότε $f(x) = 1$ άρα $h(x) = \ln\left(g(x) - \frac{3}{4}f(x)\right) = \ln\left(x^2 + x + 1 - \frac{3}{4}\right) = \ln\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right)$

πρέπει $x^2 + x + \frac{1}{4} > 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 > 0$ άρα $x \neq -\frac{1}{2}$

Επομένως το πεδίο ορισμού της h είναι το $A = \Re - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Έχουμε $h(x) = \ln\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) = \ln\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 2\ln\left|x + \frac{1}{2}\right|$

Άρα δεν ισχύει ότι $h(x) = 2\ln\left(x + \frac{1}{2}\right)$

δ. Για κάθε $x \in \Re - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ η γραφική παράσταση της h τέμνει την ευθεία $(ε)\, y - \ln 4$ όταν

$h(x) = -\ln 4 \Leftrightarrow \ln\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) = -\ln 4 \Leftrightarrow \ln\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) = \ln\frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = -1$

Άρα στα σημεία $A(0, -\ln 4)$ και $B(-1, -\ln 4)$

2ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξτε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$ είναι δηλαδή $\upsilon=P(\rho)$

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. $e^{\ln x}=x$ με $x>0$

β. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_\nu x^\nu+\alpha_{\nu-1}x^{\nu-1}+...+\alpha_1 x+\alpha_0=0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho\neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, τότε ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0.

γ. Η εκθετική συνάρτηση $f(x)=\alpha^x$ με $\alpha>1$ είναι γνησίως φθίνουσα στο R.

δ. Η λογαριθμική συνάρτηση $g(x)=\log_\alpha x$ με $\alpha>0,\ \alpha\neq 1,\ x>0$ έχει σύνολο τιμών το σύνολο R των πραγματικών αριθμών.

Γ. *Να μεταφέρετε στο γραπτό σας και να γράψετε το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση*

Στήλη Α	**Στήλη Β**
α. $\eta\mu x=\eta\mu\theta$	1. $x=\kappa\pi+\theta,\ \kappa\in\mathbb{Z}$
β. $\sigma\upsilon\nu x=\sigma\upsilon\nu\theta$	2. $x=2\kappa\pi+\theta$ ή $x=2\kappa\pi+\pi-\theta,\ \kappa\in\mathbb{Z}$
γ. $\varepsilon\varphi x=\varepsilon\varphi\theta$	3. $x=2\kappa\pi+\theta$ ή $x=2\kappa\pi-\theta,\ \kappa\in\mathbb{Z}$
	4. $x=2\kappa\pi+\dfrac{\pi}{2},\quad \kappa\in\mathbb{Z}$

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η παράσταση : $A=\dfrac{2\eta\mu^2 x+2\eta\mu x\cdot\sigma\upsilon\nu x}{2\sigma\upsilon\nu^2 x+2\eta\mu x\cdot\sigma\upsilon\nu x}$

α Να αποδείξετε ότι $A=\varepsilon\varphi x$

β. Να λύσετε την εξίσωση : $A=\dfrac{\varepsilon\varphi x+1}{1-\varepsilon\varphi x}-1$

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

Α. Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=4$

Β. Για $\alpha=2$ και $\beta=4$ να λύσετε

I. την εξίσωση $P(x)=0$

II. την ανίσωση $P(x)>0$

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(2 - e^x)$
i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
ii) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 2x$
iii) Να λυθεί η ανίσωση : $e^{f(x)} > 2 - e^{2x}$

Β. Να λυθεί η ανίσωση $\sqrt{x-2} > x - 4$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρία
Β. α. Σ β. Σ γ. Λ δ. Σ
Γ. α. 2 β. 3 γ. 1

ΘΕΜΑ 2ο

α. $A = \dfrac{2\eta\mu x(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)}{2\sigma\upsilon\nu x(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)} = \dfrac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} = \varepsilon\varphi x$

β. Η εξίσωση γίνεται :

$$1 + \varepsilon\varphi x = \frac{\varepsilon\varphi x + 1}{1 - \varepsilon\varphi x} \Leftrightarrow (1 + \varepsilon\varphi x)(1 - \varepsilon\varphi x) = \varepsilon\varphi x + 1 \Leftrightarrow 1 - \varepsilon\varphi^2 x = \varepsilon\varphi x + 1$$

$$\varepsilon\varphi^2 x + \varepsilon\varphi x = 0 \Leftrightarrow \varepsilon\varphi x(\varepsilon\varphi x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{array}{lll} \varepsilon\varphi x = 0 & \Leftrightarrow & \varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi 0^0 \\ \varepsilon\varphi x = -1 & \Leftrightarrow & \varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi(-\frac{\pi}{4}) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \kappa\pi, \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \kappa\pi - \frac{\pi}{4}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

ΘΕΜΑ 3ο

Α.

$$\left.\begin{array}{lllll} P(1) = 0 & \Leftrightarrow & \alpha + \beta - 1 - 3 - 2\beta + 6 = 0 & \Leftrightarrow & \alpha - \beta = -2 \\ P(-1) = 2 & \Leftrightarrow & -\alpha + (\beta - 1) + 3 - 2\beta + 6 = 2 & \Leftrightarrow & \alpha + \beta = 6 \end{array}\right\} \acute{\alpha}\rho\alpha \begin{array}{l} \alpha = 2 \\ \beta = 4 \end{array}$$

Β. Ι) $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2(x^3 - 1) + 3x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(2x^2 + 5x + 2) = 0 \Leftrightarrow$

$$x - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1$$

$$2x^2 + 5x + 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \acute{\eta} \quad x = -\frac{1}{2}$$

ΙΙ) $(x-1)(2x^2+5x+2)>0$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$x-1$		-		-		-	0	+	
$2x^2+5x+2$		+	0	-	0	+		+	
$P(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Άρα $-2<x<-\dfrac{1}{2}$ ή $x>1$

ΘΕΜΑ 4ο

Α.

i) Πρέπει και αρκεί $2-e^x>0 \Leftrightarrow e^x<2 \Leftrightarrow x<\ln 2$ άρα Π.Ο είναι $A=(-\infty,\ln 2)$

ii.) $\ln\left(2-e^x\right)=2x \Leftrightarrow 2-e^x=e^{2x} \Leftrightarrow e^{2x}+e^x-2=0$

Θέτω $e^x=y,\ \ y>0 \qquad y^2+y-2=0 \Leftrightarrow y=-2\ ή\ y=1$ άρα $e^x=1 \Leftrightarrow x=0$

iii) $e^{\ln\left(2-e^x\right)}>2-e^{2x} \Leftrightarrow 2-e^x>2-e^{2x} \Leftrightarrow e^{2x}-e^x>0 \Leftrightarrow e^x(e^x-1)>0 \Leftrightarrow e^x>1 \Leftrightarrow x>0$

αφού $e^x>0$ λύση της ανίσωσης $0<x<\ln 2$

Β. Θα πρέπει $x-2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2 \qquad (1)$

α) Αν $x-4\leq 0 \Leftrightarrow x\leq 4$ τότε σε συνδυασμό με την (1) έχουμε λύσεις $2\leq x\leq 4$

β) Αν $x-4>0 \Leftrightarrow x>4 \qquad (2)$ τότε $\sqrt{x-2}^2>(x-4)^2 \Leftrightarrow x-2>x^2-8x+16 \Leftrightarrow x^2-9x+18<0$

Η εξίσωση $x^2-9x+18=0$ έχει λύσεις $x=3$ και $x=6$

τότε η ανίσωση $x^2-9x+18<0$ έχει λύσεις $3<x<6$ και σε συνδυασμό με την (2) έχουμε $4<x<6 \quad (3)$.

Από (1), (2), (3) οι λύσεις της ανίσωσης είναι $2\leq x<6$

3ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Δίνεται πολυώνυμο $P(x)=(\lambda^2+\lambda-6)x^3+\left(\lambda^2-4\right)x+3\lambda-1$

Ι) Το πολυώνυμο είναι σταθερό αν το λ είναι ίσο με:

Α. 4 **Β.** 2 **Γ.** -3 **Δ.** Καμία τιμή από τις προηγούμενες.

ΙΙ) Αν $\lambda=-3$ το πολυώνυμο $P(x)$ είναι βαθμού:

Α. 1ου **Β.** 3ου **Γ.** 2ου **Δ.** Είναι μηδενικό.

2. Δίνονται $P(x)=x^2-(2\alpha+1)x+2\beta$ και $Q(x)=x^2-(\beta+1)x+5\alpha$.

Αν το 3 είναι κοινή ρίζα των $P(x)$ και $Q(x)$ αντίστοιχα τότε έχω:

Α: $\alpha=-3$ και $\beta=6$ **Β**: $\alpha=6$ και $\beta=-3$
Γ: $\alpha=3$ και $\beta=6$ **Δ**: $\alpha=3$ και $\beta=-6$

Β. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. Αν ρ είναι μία ρίζα του $P(x)$, τότε θα είναι και ρίζα του $P(P(x))$.

2. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)=\alpha x^3+\alpha x^2+\alpha x+1$ με το $2x+2$ είναι 1, τότε $\alpha=1$.

3. Αν το $x+2$ είναι παράγοντας του $P(x)$, τότε το πολυώνυμο $Q(x)=P(6x+4)$ έχει παράγοντα το $x+1$.

4. Αν για ένα πολυώνυμο $P(x)$ ισχύει ότι $P(-1)=0$, τότε το $P(x)$ διαιρείται με το $x-1$.

ΘΕΜΑ 2ο

Α.

1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^4+\alpha x^3+\beta x^2+2x-6$. Να βρείτε τα α, β αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $(x-1)(x+1)$.

2. Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.

3. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της $f(x)=\dfrac{P(x)}{x-2}$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Β. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases}(\alpha+1)x-3\alpha y=1\\ \alpha x+(4-3\alpha)y=3\end{cases}$. Για ποια τιμή του α θα έχει μοναδική λύση την (x,y) ώστε $x+y=33$.

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να λύσετε την εξίσωση $16^{\eta\mu^2 x}+16^{\sigma\upsilon\nu^2 x}=10$ όπου $x\in[0,\pi]$

Β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\log(4^x-8)-x\log 2-\log 7$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.

2. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=0$

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Δίνεται η συνάρτηση f, με $f(x)=2\cdot\log(x+1)-\alpha$ με $\alpha\in\Re$ και $x>-1$, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από το σημείο $A(9,1)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha=1$.

β) Να βρείτε τα σημεία που τέμνει τους άξονες

γ) Να βρείτε το κοινό σημείο με την ευθεία. $y=\log 4,9$

Β. Να λύσετε την εξίσωση: $\eta\mu^4 x-3\eta\mu^3 x+4\eta\mu^2 x-3\eta\mu x+1=0$