ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

Φυσική Κατεύθυνσης

ΘΕΜΑ

Πηγή αρμονικού κύματος (0) εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση y=10ημ·20πt $(y \to cm,\ t \to s)$,παράγει κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα υ=50cm/s.

α. Να βρεθεί το πλήθος των ταλαντώσεων που θα έχει εκτελέσει ένα σημείο Κ του μέσου διάδοσης που απέχει από την πηγή απόσταση x=25cm σε χρόνο 1s.

β. Να βρεθεί η απόσταση από το Κ των πλησιέστερων σημείων που η φάση τους διαφέρει την ίδια χρονική στιγμή από τη φάση του Κ $\Delta\varphi = \frac{6\pi}{5}$ rad

γ. Να βρεθεί η απομάκρυνση του σημείου Κ τις χρονικές στιγμές 0,45s και 0,575s.

δ. Σε οριζόντια απόσταση L=20cm από την πρώτη πηγή (0) τοποθετούμε δεύτερη όμοια πηγή (Α). Ένα σημείο (Β) του μέσου διάδοσης απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις l_1=40cm και l_2=30cm

ι. να βρεθεί η απομάκρυνση του σημείου Β τις χρονικές στιγμές 0,5s, 0,7s, 0,9s.

ιι. να γίνει το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου για το σημείο Β από τη χρονική στιγμή 0 μέχρι τη χρονική στιγμή 0,9s

ε. Στο ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τις πηγές (0) και (Α) να βρεθούν οι θέσεις των σημείων που παραμένουν ακίνητα εξ' αιτίας της συβολής των κυμάτων.

ΛΥΣΗ

α. Το κύμα διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα υ. Οπότε το σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται σε χρόνο t: $\upsilon = \frac{x_\kappa}{t} \Rightarrow t = \frac{x_\kappa}{\upsilon} = \frac{25}{50} \Rightarrow t = 0{,}5s$

Από την εξίσωση ταλάντωσης της πηγής y=10ημ20πt έχουμε:Α=10cm

ω=20 π ⇒ 2πf=20π⇒ f=10Hz και T=1/f=1/10 ⇒ T=0,1s.

Οπότε σε χρόνο 1s το σημείο Κ έχει εκτελέσει Ν ταλαντώσεις, όπου

$$\left.\begin{array}{l} N = \frac{\Delta t}{T} \\ \Delta t = 1 - 0{,}5 = 0{,}5s \end{array}\right\} N=5 \text{ ταλαντώσεις}$$

β.Από την εξίσωση διάδοσης του κύματος c=λf υπολογίζουμε το μήκος κύματος λ

$$\upsilon = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda = 5cm$$

Η διαφορά φ άσης δύο σημείων του μέσου διάδοσης την ίδια χρονική στιγμή δίνεται από τον τύπο

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \\ \Delta\varphi = \frac{6\pi}{5} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \frac{6\pi}{5} = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \frac{6\pi}{5} = 2\pi\frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 3cm$$

Άρα τα σημεία που ψάχνουμε θα είναι το πρώτο 3cm αριστερά του σημείου Κ και το δεύτερο 3cm δεξιά του σημείου Κ.

γ.

Σε t_1=0,45s<t=0,5s το σημείο Κ είναι ακίνητο.

Σε t_2=0,575s > t=0,5s το σημείο Κ εκτελεί ταλάντωση σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y_\kappa = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\kappa}{\lambda}\right) \Rightarrow y_\kappa = 10\eta\mu 2\pi\left(10 \cdot 0{,}575 - \frac{25}{5}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_\kappa = 10\eta\mu 2\pi(5{,}75 - 5) \Rightarrow y_\kappa = 10\eta\mu 1{,}5\pi = 10\eta\mu\frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_\kappa = -10cm$$

δ. ι. Το κύμα από την πηγή 0 φθάνει στο Β σε χρόνο $t_1 = \frac{l_1}{\upsilon} = \frac{40}{50} = 0{,}8s$

ενώ το κύμα από την πηγή Α σε χρόνο $t_2 = \frac{l_2}{\upsilon} = \frac{30}{50} = 0{,}6s$

Παρατηρώντας τους χρόνους t_1, t_2 βλέπουμε ότι το σημείο Β αρχίζει να ταλαντώνεται μετά από 0,6s.

Σε t=0,5s < t_2 το Β παραμένει ακίνητο.

Σε t=0,7s ταλαντώνεται εξ' αιτίας του κύματος από την πηγή Α.

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l_2}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 10\eta\mu 2\pi(10 \cdot 0{,}7 - 6) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 10\eta\mu 2\pi \Rightarrow y = 0$$

Σε t=0,9s > t_1 έχουμε συμβολή πλάτους

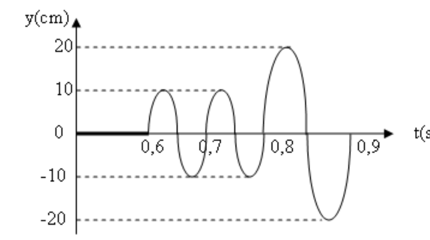
$$A' = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{l_1 - l_2}{2\lambda}\right| = \left|20\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{10}{10}\right| \Rightarrow A' = 20cm$$

(συμβολή μέγιστης ενίσχυσης)

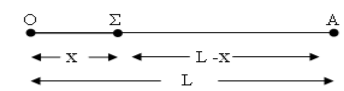
Οπότε $y = A'\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{l_1 + l_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = 20\eta\mu 2\pi(10 \cdot 0{,}9 - 7) \Rightarrow y = 20\eta\mu 4\pi \Rightarrow y = 0$$

ιι. Το σημείο Β μένει ακίνητο για 0,6s, ταλαντώνεται εξ'αιτίας του κύματος που φθάνει από την πηγή Α για χρόνο 0,2s δηλαδή δύο περιόδους (Τ=0,1s) και στη συνέχεια λόγω συμβολής εκτελεί ταλάντωση για 0,1s. Οπότε το διάγραμμα θα είναι:



ε.



Έστω Σ ένα σημείο που παραμένει ακίνητο πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ και απέχει απόσταση x από την πηγή Ο. Για το σημείο Σ θα ισχύει η συνθήκη

$$x - (L - x) = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2x - L = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{L + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}}{2} \quad (1)$$

Περιορισμός για το x

0<x<L από την (1) προκύπτει

$$0 < \frac{L + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}}{2} < L \Rightarrow 0 < L + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} < 2L \Rightarrow$$

⇒ -L<(2κ+1) λ/2 <L ⇒ -2L <(2κ+1)λ<2L ⇒

⇒ -2L/λ <2κ+1 < 2L/λ ⇒ -8 <2κ+1 <8 ⇒ -9 <2κ <7⇒

⇒ -4,5 < κ <3,5.

Πρέπει το κ να πάρει ακέραιες τιμές.

Άρα κ=-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.

Για να βρούμε τις θέσεις των σημείων που παραμένουν ακίνητα αντικαθιστούμε στην εξίσωση (1) τις τιμές του κ.

Οπότε:

Για κ= -4 η (1) δίνει x_1=1,25 cm

Για κ= -3 η (1) δίνει x_2=3,75 cm

Για κ= -2 η (1) δίνει x_3=6,25 cm

Για κ= -1 η (1) δίνει x_4=8,75 cm

Για κ= 0 η (1) δίνει x_5=11,25 cm

Για κ= 1 η (1) δίνει x_6=13,75 cm

Για κ= 2 η (1) δίνει x_7=16,25 cm

Για κ= 3 η (1) δίνει x_8=18,75 cm

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΑΝ ΤΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΧΑΣΙΑΚΗΣ
στον **ΠΕΙΡΑΙΑ**