

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σελ. σχολ. βιβλίου 150.

A2. Θεωρία σελ. σχολ. βιβλίου 87.

A3. Θεωρία σελ. σχολ. βιβλίου 14.

A4. α. Σ β. Λ γ. Σ δ. Σ ε. Λ.

ΘΕΜΑ Β

B1.

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - \frac{5}{2} \cdot 2x + 6 = x^2 - 5x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0, \quad x = 2 \text{ ή } x = 3$$

Για $x = 2$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το $f(2) = \frac{11}{3}$

Για $x = 3$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο το $f(3) = \frac{7}{2}$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

T.M. T.E.

B2. $f(0) = -1, f'(0) = 6$

Τότε $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ ή $y - f(0) = f'(0) \cdot (x - 0)$

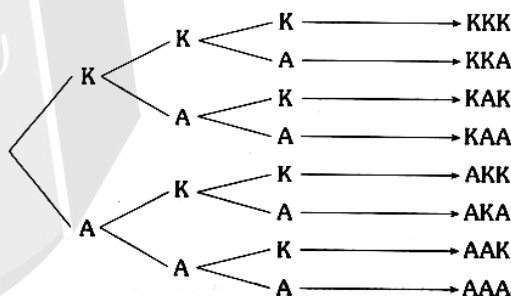
ή $y + 1 = 6x$ ή $y = 6x - 1$

B3. Το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} =$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-6)}{x+1} = -1 - 6 = -7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Άρα $\Omega = \{KKK, KKA, KAK, KAA, AKK, AKA, AAK, AAA\}$, άρα $N(\Omega) = 8$

Γ2.

$$A = \{KAA, KAK, KKA, KKK\}$$

$$B = \{AKK, KAK, KKA, KKK\}$$

$$\Gamma = \{AAA, AAK, KKA, KKK\}$$

Γ3.

α) $\Delta = A \cap B = \{KAK, KKA, KKK\}$

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

$$E = A \cup B = \{KAA, AKK, KAK, KKA, KKK\}$$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$$

$$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\}$$

$$P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

β) $H: P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

Επειδή τα ενδεχόμενα $A - B$, $B - A$ είναι ασυμβίβαστα, τότε ισχύει ο απλός προσθετικός νόμος, οπότε

$$\begin{aligned} \Theta: P[(A - B) \cup (B - A)] &= P(A - B) + P(B - A) = \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2 \cdot P(A \cap B) = \\ &= \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - 2 \cdot \frac{3}{8} = 1 - \frac{6}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Οι κλάσεις έχουν τη μορφή $[8, 8+c)$, $[8+c, 8+2c)$, $[8+2c, 8+3c)$, $[8+3c, 8+4c)$

Τότε $\frac{8+c+8+2c}{2} = 14 \Leftrightarrow \frac{16+3c}{2} = 14 \Leftrightarrow c = 4$

Δ2.

Για $c = 4$, οι κλάσεις είναι: $[8, 12)$, $[12, 16)$, $[16, 20)$, $[20, 24)$

Και οι κεντρικές τιμές: $x_1 = 10$, $x_2 = 14$, $x_3 = 18$, $x_4 = 22$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i v_i}{v} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \frac{200 + 210 + 180 + 22 \cdot v_4}{20 + 15 + 10 + v_4} = 14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{590 + 22v_4}{45 + v_4} = 14 \Leftrightarrow 8v_4 = 40 \Leftrightarrow v_4 = 5$$

Χρόνος σε λεπτά	x_i	v_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
[8,12)	10	20	-4	16	320
[12,16)	14	15	0	0	0
[16,20)	18	10	4	16	160
[20,24)	22	5	8	64	320
Σύνολο		50			800

Δ3.

Τουλάχιστον 9 λεπτά σημαίνει ότι οι υπολογιστές έκαναν πάνω από 9 λεπτά και επειδή οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, αυτό αντιστοιχεί στις συχνότητες $\frac{3}{4} \cdot v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = \frac{3}{4} \cdot 20 + 15 + 10 + 5 = 45$ υπολογιστές

Δ4.

$$\text{Ισχύει : } s^2 = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^v [(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i] = \frac{1}{50} \cdot 800 = 16$$

$$\text{Τότε } s^2 = 16 \text{ και } s = \sqrt{s^2} = 4, \text{ τότε } CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} \approx 0,28 = 28\% > 10\%$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Δ5.

Έστω y_i είναι οι χρόνοι των υπολογιστών, τότε αυτοί είναι ταχύτεροι κατά 20%, άρα

$$y_i = x_i - \frac{20}{100} \cdot x_i = x_i - 0,2x_i = 0,8x_i$$

$$\text{Τότε } \bar{y} = 0,8\bar{x} = 0,8 \cdot 14 = 11,2$$

$$s_y = |0,8|s_x = 0,8 \cdot 4 = 3,2$$

$$\text{Άρα } CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{3,2}{11,2} \approx 0,28 = 28\%$$

Οπότε ούτε το καινούριο δείγμα είναι ομοιογενές.